Geometrie plană

Triunghi, patrulatere, poligoane regulate, cerc, asemănare · gimnaziu și liceu

Triunghiul oarecare

Mărime	Formula	Notații / condiții
Perimetru, semiperimetru	$P = a+b+c,\ p = \dfrac{a+b+c}{2}$	a, b, c: laturile
Inegalitatea triunghiului	$\lvert b-c\rvert < a < b+c$	
Aria	$\mathcal{A} = \dfrac{a\,h_a}{2} = \dfrac{b\,h_b}{2} = \dfrac{c\,h_c}{2}$	h_a: înălțimea din A
Heron	$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	
Raza cercului înscris	$\mathcal{A} = p\,r,\ r = \dfrac{\mathcal{A}}{p}$	r
Raza cercului circumscris	$R = \dfrac{abc}{4\mathcal{A}} = \dfrac{a}{2\sin A}$	R
Mediana	$m_a = \dfrac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$	mediana din A
Bisectoarea	$\ell_a = \dfrac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c} = \dfrac{\sqrt{bc\left[(b+c)^2-a^2\right]}}{b+c};\ \dfrac{BD}{DC} = \dfrac{c}{b}$	$D \in (BC)$, AD bisectoare
Centrul de greutate	$G = \dfrac{A+B+C}{3},\ AG = \dfrac{2}{3}m_a$	intersecția medianelor
Linia mijlocie	$MN \parallel BC,\ MN = \dfrac{BC}{2}$	M, N mijloacele lui AB, AC
Teorema lui Thales	$MN \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$	$M \in AB$, $N \in AC$

Triunghiul dreptunghic

Formula	Observații
$a^2 = b^2 + c^2$ (Pitagora)	$\widehat{A} = 90^\circ$, a: ipotenuza
$h = \dfrac{bc}{a},\ h^2 = b'c',\ b^2 = a\,b',$ $c^2 = a\,c'$	b', c': proiecțiile catetelor pe ipotenuză
$R = \dfrac{a}{2},\ r = \dfrac{b+c-a}{2}$	
$\sin B = \dfrac{b}{a},\ \cos B = \dfrac{c}{a},\ \operatorname{tg} B = \dfrac{b}{c}$	$\sin$ = catetă opusă / ipotenuză; $\cos$ = catetă alăturată / ipotenuză; tg = catetă opusă / catetă alăturată

Triunghiul echilateral

Mărime	Formula
Înălțime	$h = \dfrac{l\sqrt{3}}{2}$
Arie	$\mathcal{A} = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$
Raze	$R = \dfrac{l\sqrt{3}}{3},\ r = \dfrac{l\sqrt{3}}{6}\ (R = 2r)$

Geometrie plană

Triunghi, patrulatere, poligoane regulate, cerc, asemănare · gimnaziu și liceu

Patrulatere

Figura	Arie, elemente	
Paralelogram	$\mathcal{A} = a\,h_a = ab\sin\alpha;\ \ d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2+b^2)$	
Dreptunghi	$\mathcal{A} = L\,\ell,\ \ P = 2(L+\ell),\ \ d = \sqrt{L^2+\ell^2}$	
Pătrat	$\mathcal{A} = l^2,\ \ d = l\sqrt{2},\ \ P = 4l$	
Romb	$\mathcal{A} = \dfrac{d_1 d_2}{2} = l^2\sin\alpha;\ \ d_1^2 + d_2^2 = 4l^2$	
Trapez	$\mathcal{A} = \dfrac{(B+b)\,h}{2}$; linia mijlocie $\dfrac{B+b}{2}$	B, b: bazele; h: înălțimea
Trapez: segmentul dintre mijloacele diagonalelor	$\dfrac{B-b}{2}$	$B > b$

Poligoane

Mărime	Formula	Condiții
Suma unghiurilor interioare	$(n-2)\cdot 180^\circ$	poligon convex cu $n \geq 3$ laturi
Număr de diagonale	$\dfrac{n(n-3)}{2}$	$n \geq 3$
Poligon regulat: unghi interior	$\dfrac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$	
Poligon regulat: latura și apotema	$l_n = 2R\sin\dfrac{\pi}{n},\ \ a_n = R\cos\dfrac{\pi}{n}$	R: raza cercului circumscris
Poligon regulat: aria	$\mathcal{A} = \dfrac{n\,l_n\,a_n}{2} = \dfrac{n}{2}R^2\sin\dfrac{2\pi}{n}$	
Hexagon regulat	$l = R,\ \ \mathcal{A} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\,l^2$	

Cercul

Mărime	Formula	Notații / condiții
Lungimea cercului, aria discului	$L = 2\pi R,\ \ \mathcal{A} = \pi R^2$	R: raza
Lungimea unui arc	$\ell = \alpha R = \dfrac{\pi R\,\alpha^\circ}{180}$	α în radiani
Aria unui sector circular	$\mathcal{A} = \dfrac{\alpha R^2}{2} = \dfrac{\pi R^2\alpha^\circ}{360}$	
Lungimea unei coarde	$AB = 2R\sin\dfrac{\alpha}{2}$	α: unghiul la centru
Unghi înscris	$m(\widehat{ACB}) = \dfrac{1}{2}\,m(\text{arc } AB)$	arcul AB care **nu conține** C; unghiul înscris în semicerc are 90°
Puterea unui punct	$PA\cdot PB = PC\cdot PD = PT^2 = PO^2 - R^2$	P exterior; T: punct de tangență
Tangentele dintr-un punct exterior	$PT_1 = PT_2$; tangenta $\perp$ raza în punctul de contact	
Patrulater inscriptibil	$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$	patrulater convex $ABCD$
Patrulater circumscriptibil	$AB + CD = BC + AD$	patrulater convex

Asemănare

Formula	Condiții
$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, raport k: $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{A'C'}{AC} = k$	criterii: UU, LUL, LLL
$\dfrac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}} = k^2,\ \ \dfrac{P'}{P} = k$	figuri asemenea
Teorema bisectoarei: $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC}$	$D \in (BC)$, AD bisectoare