Geometrie analitică

Puncte, drepte, vectori și cerc în planul cu reper cartezian · liceu, pregătire pentru Bac

Puncte în plan

Mărime	Formula	Condiții
Distanța dintre punctele $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	
Mijlocul segmentului $[AB]$	$M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$	
Punct care împarte $[AB]$ în raportul k	$M\left(\dfrac{x_A + kx_B}{1+k}, \dfrac{y_A + ky_B}{1+k}\right)$	$\frac{AM}{MB} = k > 0$
Centrul de greutate al $\triangle ABC$	$G\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}, \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$	
Coliniaritatea punctelor A, B, C	$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$	
Aria $\triangle ABC$	$\mathcal{A} = \dfrac{1}{2}\lvert\Delta\rvert,\ \Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$	

Dreapta în plan

Ecuația / mărime	Formula	Condiții
Dreapta determinată de punctul $M_0(x_0, y_0)$ și panta m	$y - y_0 = m\,(x - x_0)$	dreaptă neverticală
Dreapta prin A și B	$\dfrac{y - y_A}{y_B - y_A} = \dfrac{x - x_A}{x_B - x_A},\ m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$	$x_A \neq x_B$ și $y_A \neq y_B$ pentru forma cu rapoarte
Ecuația generală	$ax + by + c = 0,\ m = -\dfrac{a}{b}$	$a^2 + b^2 \neq 0$; $b \neq 0$ pentru pantă
Dreapta prin A și B (determinant)	$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$	$A \neq B$
Drepte paralele / perpendiculare	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$; $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1$	drepte neverticale
Unghiul a două drepte	$\operatorname{tg}\theta = \left\lvert\dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right\rvert$	$1 + m_1 m_2 \neq 0$; $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
Distanța de la $P(x_0, y_0)$ la dreapta $d:\ ax + by + c = 0$	$\operatorname{dist}(P, d) = \dfrac{\lvert ax_0 + by_0 + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$a^2 + b^2 \neq 0$
Intersecția a două drepte	$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \end{cases}$, $\Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$	$x = \dfrac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{\Delta}$, $y = \dfrac{c_1 a_2 - c_2 a_1}{\Delta}$

Geometrie analitică

Puncte, drepte, vectori și cerc în planul cu reper cartezian · liceu, pregătire pentru Bac

Vectori în plan

Mărime	Formula	Condiții
Vector	$\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j},\ \ \lvert\vec{v}\rvert = \sqrt{a^2+b^2}$	
Vectorul $\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$	
Produsul scalar	$\vec{u}\cdot\vec{v} = x_u x_v + y_u y_v = \lvert\vec{u}\rvert\,\lvert\vec{v}\rvert\cos\theta$	$\theta \in [0,\pi]$
Unghiul a doi vectori	$\cos\theta = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\lvert\vec{u}\rvert\,\lvert\vec{v}\rvert}$	$\vec{u},\vec{v} \neq \vec{0}$
Coliniaritate / perpendicularitate	$\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow x_u y_v - x_v y_u = 0;\ \ \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{v} = 0$	

Cercul

Mărime	Formula	Condiții
Cercul cu centrul $C(a,b)$ și raza r	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$	$r > 0$
Ecuația generală	$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0;\ \ C\left(-\dfrac{m}{2}, -\dfrac{n}{2}\right),\ \ r = \sqrt{\dfrac{m^2+n^2}{4} - p}$	$m^2 + n^2 - 4p > 0$
Tangenta în $M_0(x_0,y_0)$ de pe cerc	$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = r^2$	M_0 pe cerc
Poziția dreptei d față de cerc	$\operatorname{dist}(C,d)$ $\begin{cases} < r & \text{secantă} \\ = r & \text{tangentă} \\ > r & \text{exterioară} \end{cases}$	
Poziția a două cercuri	$d = C_1C_2$: $d > r_1 + r_2$ exterioare; $d = r_1 + r_2$ tangente exterior; $\lvert r_1 - r_2\rvert < d < r_1 + r_2$ secante; $d = \lvert r_1 - r_2\rvert$ tangente interior; $d < \lvert r_1 - r_2\rvert$ interioare	